Утверждаю:

Ректор МГУ ПС

Лёвин Б.А

Заочный тур математической олимпиады
«Паруса надежды» МГУПС 2017 год
11 класс
Вариант 1

1. Решить неравенство, указав в ответе количество конечных интервалов, для которых верно данное неравенство:
$\frac{1}{x}-\frac{1}{1+x}+\frac{1}{2+x}-\frac{1}{3+x}-\frac{1}{4+x}+\frac{1}{5+x}-\frac{1}{6+x}+\frac{1}{7+x}>0.$
2. Решить систему в действительных числах, в ответе указать сумму всех решений (x,y,z)
$\begin{cases} x^2+y^2-z^2=(x+y-z)^2+2 \\ x^3+y^3-z^3=(x+y-z)^3+9 \\ x^4+y^4-z^4=(x+y-z)^4+29 \end{cases}$
3. Найти номер наибольшего члена последовательности $a_n=n^{\frac{1}{n}}$ $n\in N$.
4. Решить уравнение$\sqrt{2x-x^2}+\sqrt{x^2-x-2}=2-\sqrt{x+2}$.
5. Решить уравнение $|x^2-1|+|x^2-5x+6|-5x+7=0$.
В ответе указать длину интервала, на котором верно данное равенство.
6. Решить неравенство $\log_{\frac{1}{2}}(x-3)-\log_{\frac{1}{2}}(x+3)-\log_{\frac{x+3}{x-3}}2>0$.
В ответе укажите сумму длин всех интервалов, на которых верно данное неравенство.
7. Найдите наименьшее значение параметра a, при котором уравнение $\frac{4}{\sin x}+\frac{1}{1-\sin x}=a$ имеет на интервале $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ хотя бы одно решение.
8. Найдите величину угла, под которым пересекаются окружности $\begin{cases} x^2+y^2-4x=1 \\ x^2+y^2-2y=9. \end{cases}$ Ответ предоставить в градусах.
9. Высоты треугольника ABC пересекаются в точке O. Известно, что $OC=AB$. Найдите в градусах угол при вершине C.

Утверждаю:

Ректор МГУ ПС

Лёвин Б.А

Заочный тур математической олимпиады «Паруса Надежды» МГУПС 2017 год.

11 класс

Вариант 2

1. Найдите в градусах угол C треугольника ABC, если расстояние от вершины C до ортоцентра треугольника равно радиусу описанной окружности.
2. Решить неравенство
$$(2^x+3*2^{-x})^{2\log_2 x-\log_2(x+6)}<1.$$
В ответе указать сумму длин конечных интервалов, где выполняется данное неравенство.
3. Решить неравенство
$$\frac{1}{\sqrt{x}-8}-\frac{1}{\sqrt{x}-7}+\frac{1}{\sqrt{x}-6}-\frac{1}{\sqrt{x}-5}-\frac{1}{\sqrt{x}-4}+\frac{1}{\sqrt{x}-3}-\frac{1}{\sqrt{x}-2}+\frac{1}{\sqrt{x}-1}<0.$$
В ответе указать количество непересекающихся интервалов, на которых верно данное неравенство.
4. Решить систему: $\begin{cases} x+y+z=1 \\ xy+yz+zx=-4 \\ x^3+y^3+z^3=1. \end{cases}$ В ответе записать сумму (x,y,z) всех полученных решений системы.
5. Известно, что уравнение $x^4-4x^3+ax^2+bx+1=0$ имеет четыре положительных корня. Найти a и b. В ответе записать их сумму.
6. Решить уравнение $|x^2-4|+|x^2+7x+12|=16+7x$. В ответе указать сумму длин конечных интервалов, для которых верно данное равенство.
7. Сколько цифр содержит число 2^{100}?
8. Решить уравнение $\sqrt{x^2-x}+\sqrt{2-x-x^2}=\sqrt{x}-1$.
9. Точки A, B, C находятся на трех ребрах куба, сходящихся в его вершине O. $AO=OB=OC=2$, ребро куба равно 8. Через точки A и B, принадлежащие одной из граней куба, проведена пара плоскостей, перпендикулярных этой грани и параллельных диагонали Oo' куба. Аналогично проведена пара плоскостей через точки B и C и через точки C и A. В результате три пары параллельных плоскостей отсекают часть куба. Какой объем этого многогранника?

Заочный тур математической олимпиады

«Паруса надежды» МГУПС 2017 год

Номера задач	Вариант 1	Вариант 2
1	4	60
2	9	3
3	3	5
4	2	6
5	1	2
6	6	4
7	9	31
8	45	8
9	45	80